

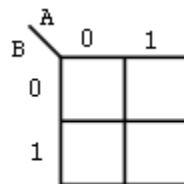
MAPPE DI KARNAUGH

Le mappe di Karnaugh sono un metodo di sintesi di circuiti digitali

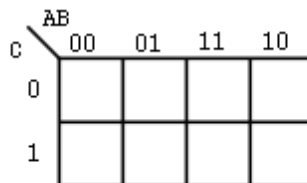
Struttura grafica delle mappe di Karnaugh

Esistono mappe K. a 2,3,4,5,6.....n variabili d'ingresso; i casi di interesse pratico sono soprattutto quelli che riguardano mappe K. a 4 variabili d'ingresso.

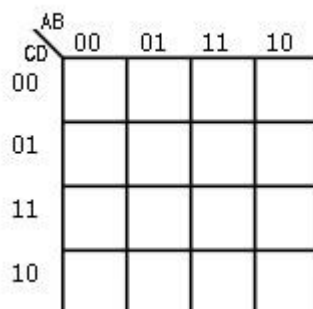
Mappe K. a 2 variabili d'ingresso



Mappe K. a 3 variabili d'ingresso



Mappe K. a 4 variabili d'ingresso



Nelle celle di tutte le mappe K. possono essere presenti o degli **1** o degli **0** oppure delle condizioni d'indifferenza (**don't care**), indicate con la lettera **X**.

Condizione di adiacenza tra i bit

Karnaugh ha deciso che una configurazione di bit deve differire per il valore di un solo bit dalla precedente configurazione e dalla successiva configurazione al fine di compiere una

sintesi dei circuiti logici digitali: anziché scrivere sul bordo delle mappe K le configurazioni di 2 bit nell'ordine solito: 00-01-10-11, le si scrivono nel modo seguente: 00-01-11-10.

Copertura degli 1 nelle mappe K

Una volta che si è completata la mappa K, lo scopo è quello di operare la copertura degli 1, cioè raggruppare tutti gli 1 e solo gli 1 nella mappa K stessa.

Regole per operare i raggruppamenti degli 1

1. Si individuano tutti i raggruppamenti di 1 adiacenti che ne contengono il maggior numero possibile, ma sempre in quantità che siano potenze del 2: è ammesso il raggruppamento costituito da una sola cella che contiene un 1.
2. Si deve scegliere il minimo numero di raggruppamenti al fine di operare la copertura di tutti gli 1.
3. Ad ogni raggruppamento si fa corrispondere il prodotto delle sole variabili che hanno lo stesso valore in tutte le caselle della mappa K. con la seguente regola; le variabili vanno negate se hanno valore 0 e lasciate in forma vera se hanno valore 1.
4. Si esegue la somma di tutti i prodotti corrispondenti ottenuti.
5. Si possono comprendere degli 1 già compresi in raggruppamenti precedenti.
6. Si considera quando un raggruppamento da un solo 1 che il corrispondente termine contiene tutte e 4 le variabili.

Esempi di copertura di '1' in mappa K a 4 variabili d'ingresso

Es. 1

	1°			
AB	00	01	11	10
CD	00	01	11	10
00	1	1	0	0
01	1	1	0	0
11	0	0	0	1
10	0	0	1	1
2°				

$$Y_{sp} = \underbrace{\bar{A}\bar{C}}_{1^\circ} + \underbrace{AC\bar{D}}_{2^\circ} + \underbrace{A\bar{B}C}_{3^\circ}$$

Es. 2

	1°			
AB	00	01	11	10
CD	00	01	11	10
00	1	1	0	0
01	0	0	0	1
11	0	0	0	0
10	1	1	1	1

$$Y_{sp} = \bar{A}\bar{D} + C\bar{D} + A\bar{B}\bar{C}D$$

1°
2°
3°

Es. 3

	2°			
AB	00	01	11	10
CD	00	01	11	10
00	1	0	1	1
01	1	0	0	0
11	0	0	0	0
10	1	1	1	1

$$Y_{sp} = C\bar{D} + \bar{A}\bar{B}\bar{C} + A\bar{D}$$

1°
2°
3°

Es. 4

	1°			
AB	00	01	11	10
CD	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	0	1	1	0
11	0	0	1	0
10	1	0	0	1

$$Y_{sp} = \bar{B}\bar{D} + ABD + B\bar{C}D$$

1°
2°
3°

Nota bene: nell'esempio numero 4 vengono raggruppati gli 1 più esterni, in quanto

bisogna pensare alle mappe K, non solo come se fossero in 2 dimensioni, ma bensì come se la mappa K. ripiegasse su se stessa formando una sfera, dove gli 1 collocati nei quattro angoli della mappa sono adiacenti tra loro e quindi si possono unire in un unico raggruppamento.

Copertura degli 1 in una mappa K con condizioni d'indifferenza indicate con una X

Se in una mappa K sono presenti sia degli 1 che delle X e lo scopo è sempre quello di scrivere un'espressione di tipo Sp di costo minimo, si considerano le X che insieme agli 1 formano dei raggruppamenti di minor numero ma più grandi possibili: infatti quando si operano i raggruppamenti, si devono considerare solo quelle X che contribuiscono a formare i raggruppamenti, quindi queste X le penso mentalmente come degli 1.

N.B.: non è obbligatorio utilizzare tutte le X presenti all'interno della mappa assegnata.

N.B.: non ha senso operare un raggruppamento di tutte X

Esempi:

Es. 1

	AB			
	00	01	11	10
C	0	1	X	1
	1	X	X	1

1° (grouping 00, 01, 11, 10 in row C=0)
2° (grouping 11, 10 in both rows C=0 and C=1)

$$Y_{sp} = \bar{C} + A$$

1° 2°

Es. 2

	AB			
	00	01	11	10
CD	00	01	11	10
	00	01	11	10
	01	11	10	
	11	00	01	10
	10	11	10	

1° (grouping 11, 10 in all rows)
2° (grouping 00, 01, 11, 10 in row CD=01)
3° (grouping 00, 01, 11, 10 in row CD=10)

$$Y_{sp} = A + \bar{C}D + C\bar{D}$$

1° 2° 3°

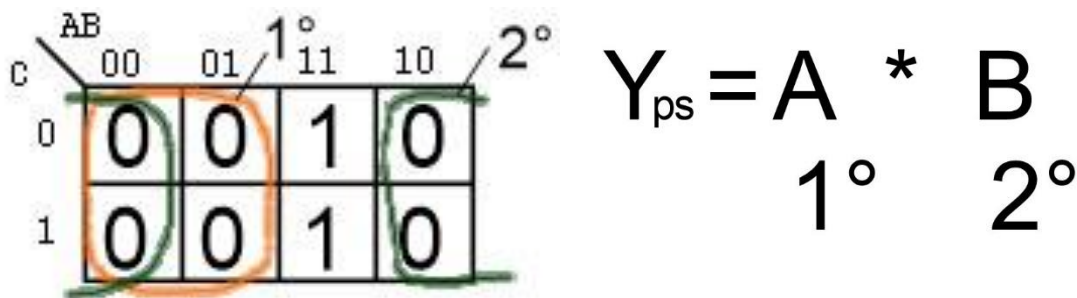
Mappe K: coperture degli 0

Una volta effettuati i raggruppamenti degli 1 secondo tutte le regole già note quando si è studiato il raggruppamento degli 1 si scrive un'espressione di tipo Ps rispettando la seguente regola: quando si scriverà il relativo 'Max termine' si dovranno negare gli 1 e lasciare in forma vero gli 0.

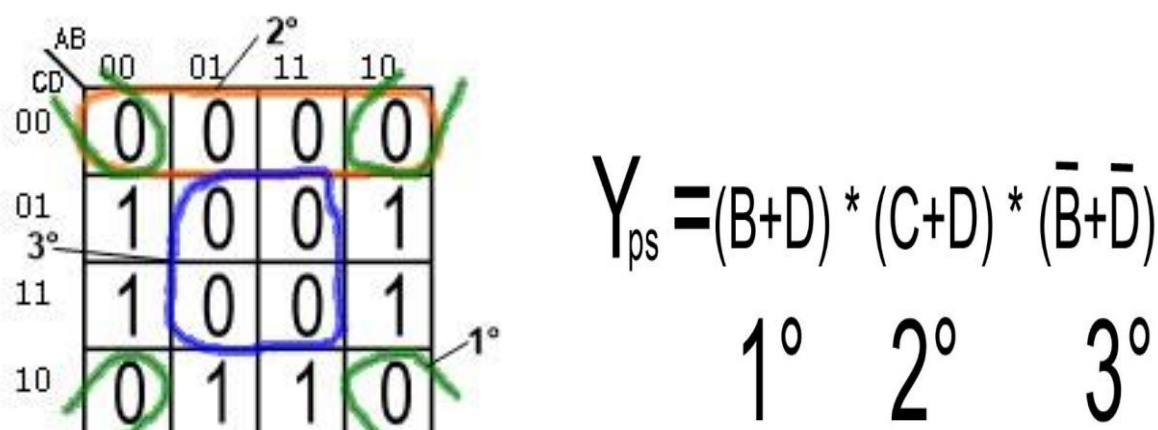
Nella mappa K. quando è conveniente si raggruppano insieme agli 0 le eventuali X (condizioni d'indifferenza) al fine di avere la realizzazione di una funzione di costo minimo.

Esempi di raggruppamenti di mappe K solo con gli 0

Es. 1



Es. 2



Esempi di raggruppamenti di mappe K. con gli 0 ed le X

Es. 1

	AB		
	00	01	11
C	00	01	11
0	1	0	X
1	0	X	1

$$Y_{ps} = \bar{B} * (A + \bar{C})$$

1°
 2°

Es. 2

	AB		
	00	01	11
CD	00	01	11
00	X	1	0
01	0	0	0
11	1	1	1
10	X	X	1

$$Y_{ps} = (C + \bar{D}) * (\bar{A} + C) * (\bar{A} + B + \bar{D})$$

1°
 2°
 3°

Es. 3

	AB		
	00	01	11
CD	00	01	11
00	X	0	1
01	1	0	X
11	0	0	X
10	0	0	X

$$Y_{ps} = \bar{C} * (A + \bar{B}) * (\bar{A} + B)$$

1°
 2°
 3°